

## SOLVING FOR SUMS OF SQUARES IN REGRESSION

$$SS_T = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = \underline{y}'\underline{y}, \text{ where } \underline{y} \text{ is a deviation score vector.}$$

$$SS_R = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = \underline{\hat{y}}'\underline{\hat{y}} = \underline{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}$$

$$\underline{\hat{y}}'\underline{\hat{y}} = (\mathbf{X}\underline{b})'(\mathbf{X}\underline{b}) = \underline{b}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\underline{b}$$

$$[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}]'\mathbf{X}'\mathbf{X}[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}]$$

$$\underline{y}'\mathbf{X}[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}]'\mathbf{X}'\mathbf{X}[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}] \text{ Where } [(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}]'\mathbf{X}'\mathbf{X} = \mathbf{I}$$

$$\underline{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}$$

$$SS_E = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \underline{e}'\underline{e} = (\underline{y} - \mathbf{X}\underline{b})'(\underline{y} - \mathbf{X}\underline{b})$$

$$(\underline{y} - \underline{\hat{y}})(\underline{y} - \underline{\hat{y}}) = \underline{y}'\underline{y} - 2\underline{y}'\underline{\hat{y}} + \underline{\hat{y}}'\underline{\hat{y}}$$

$$\underline{y}'\underline{y} - 2\underline{y}'\mathbf{X}\underline{b} + (\mathbf{X}\underline{b})'(\mathbf{X}\underline{b}) = \underline{y}'\underline{y} - 2\underline{y}'\mathbf{X}\underline{b} + \underline{b}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\underline{b}$$

$$\underline{y}'\underline{y} - 2\underline{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y} + [(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}]'\mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}$$

$$\underline{y}'\underline{y} - 2\underline{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y} + \underline{y}'\mathbf{X}[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}]'\mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}$$

$$\underline{y}'\underline{y} - 2\underline{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y} + \underline{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}$$

$$\underline{y}'\underline{y} - \underline{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y} \quad \text{factor out } \underline{y}'\underline{y}$$

$$\underline{y}'[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\underline{y}$$

$$\underline{e} = \underline{y} - \underline{\hat{y}} = \underline{y} - \mathbf{X}\underline{b} = \underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\underline{y}$$

$$[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\underline{y} \quad \text{factoring out } \underline{y}$$